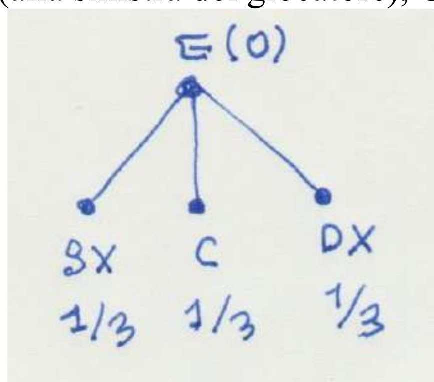
IL PARADOSSO DI MONTY HALL
SINTESI FINALE

Nonostante il Calcolo delle Probabilità non sia mai stato oggetto dei nostri studi accademici, ci siamo dedicati lo scorso anno ad una sua possibile presentazione "didattica" in vista di un'analisi del cosiddetto Paradosso di Monty Hall, o delle Tre Porte [1], in quanto invece interessati in generale alla problematica dei cosiddetti "paradossi", a proposito dei quali (almeno quelli "logici", di solito banali corto circuiti temporali) continuiamo a nutrire la stessa opinione menzionata in epigrafe alla parte ad essi dedicata nel nostro faticato ampio lavoro inteso a presentare i famosi teoremi di Gödel, e soprattutto le loro interpretazioni correnti, tutte di stampo "scettico-nichilistico" [2]:

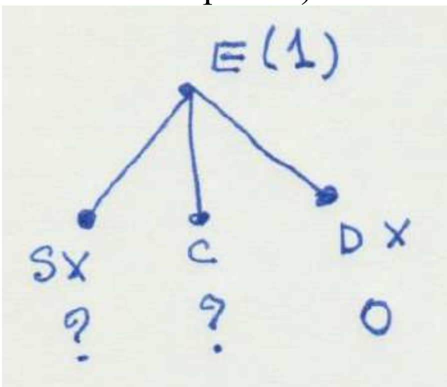
"Sciocchezze quali la maggior parte dei paradossi non saranno mai minimamente prese in considerazione dalla vera logica" (Carl Prantl, *Geschichte der Logik im Abendlande*, 1855, vol. I, p. 95).

Orbene, a seguito di una serie di conversazioni che hanno continuato a svolgersi dopo la pubblicazione di quelle poche pagine, abbiamo ritenuto opportuno redigere la seguente sintetica illustrazione dell'argomento e della sua semplice "soluzione", così ulteriormente evidenziando la (a priori prevedibile) circostanza che il paradosso consiste unicamente nella formulazione di una domanda che ammette in verità più risposte, addirittura ben **quattro** assolutamente diverse tra loro, tra le quali non è possibile **decidere** univocamente in assenza di altre necessarie fondamentali informazioni [3].

Dunque, senza stare a ripetere quanto si suppone già ben noto al lettore [4], siamo di fronte inizialmente (evento E(0), tempo t=0) ad una tricotomia che descrive l'**incertezza assoluta** a proposito di quale delle 3 porte scegliere come vincente (o più semplicemente, se si preferisce, 3 carte), porte che indicheremo rispettivamente come Sx (alla sinistra del giocatore), C (centro) e Dx (destra):



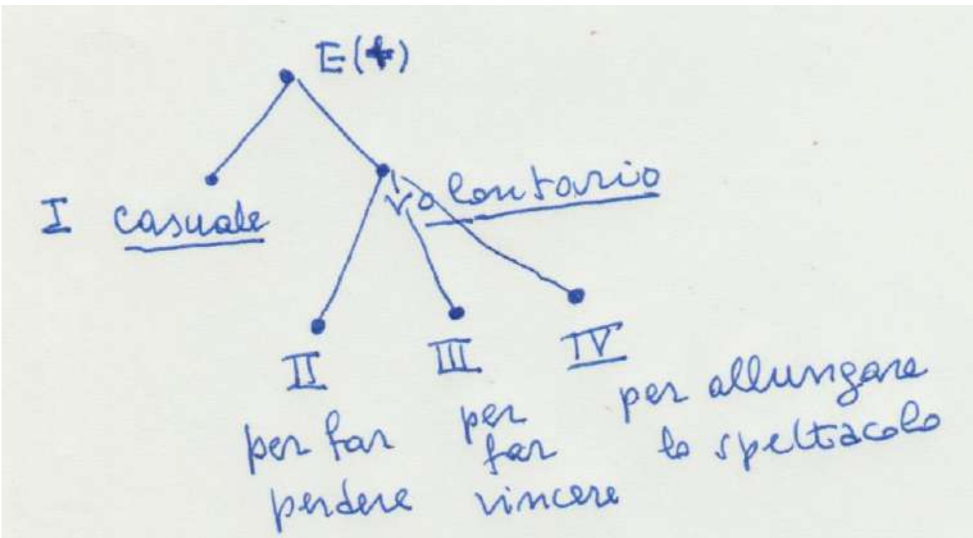
Se il conduttore apre per esempio la porta Dx (scopre la carta Dx), dopo che il giocatore ha effettuato per esempio la scelta Sx, ci si trova di fronte ad un nuovo evento E(1) (tempo t=1) descritto adesso da una dicotomia, che si ottiene dalla precedente tricotomia ponendo ovviamente P(Dx) = 0 (P probabilità che il premio sia alla Dx del giocatore al tempo t=1):



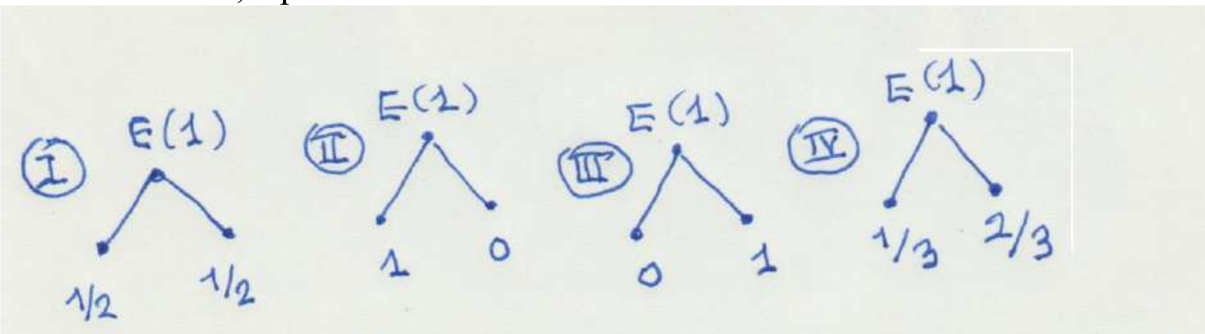
La domanda di prammatica diventa: come tramutare detta dicotomia in un grafo probabilistico, ovvero quali valori dovrà il giocatore inserire **razionalmente** ak posto dei punti interrogativi?

Dicevamo che, nonostante la *vulgata* insista sulla soluzione (paradossale?!) P(Sx) = 1/3 e P(C) = 2/3, esistono in realtà ben **quattro** distinte risposte alla precedente domanda, risposte tutte ugualmente razionali, una distinzione tra le quali diventa possibile unicamente al variare dello stato dell'informazione del giocatore al tempo t=1, ciò che conferma una volta di più la sensatezza dell'impostazione soggettiva [5] nell'*Ars Conjectandi* [6] di cui stiamo qui illustrando un caso particolare.

Non c'è dubbio infatti che il giocatore "razionale" debba introdurre dapprima una nuova dicotomia: l'apertura della porta Dx è stata un atto volontario o casuale da parte del conduttore?, che diventa presto la quadritomia E(+) illustrata nel seguente disegno che non ha bisogno, riteniamo, di particolari spiegazioni:



E' necessario insomma esaminare 4 distinti casi I, II, III, IV, ciascuno dei quali fornisce una distribuzione di probabilità diversa per la dicotomia oggetto del nostro interesse, e precisamente:



La soluzione diciamo *standard* del paradosso corrisponde soltanto al IV caso, e ciò che bisognerebbe semmai chiedersi è: come tramutare la quadritomia di cui sopra in un grafo probabilistico? Ovvero, tra le dette quattro possibilità, quale il giocatore dovrebbe ritenere maggiormente probabile, o viceversa meno probabile? (E val forse la pena sottolineare che basta una semplice relazione di **preordine** tra le diverse modalità con cui si può verificare un evento oggetto di una nostra **congettura** al fine di poter successivamente ed eventualmente **decidere**, non è affatto necessario cioè che il grado di probabilità sia espresso da un numero, razionale o reale che esso sia - la seconda ipotesi diciamo invero del tutto fuori contesto - altra circostanza della quale non ci sembra si tenga in generale il debito conto).

In conclusione, ci sembra sinceramente che il caso IV **non** corrisponda alla più razionale aspettativa del giocatore, che dovrebbe a nostro parere orientarsi piuttosto sul caso II, *sed de hoc satis*, l'argomento non merita di più...

P.S. Non sappiamo se le precedenti banali considerazioni siano già state esposte prima di noi nella stessa identica forma, auspichiamo ovviamente di sì, anticipando la nostra gratitudine a chi dei lettori vorrà gentilmente informarcene, permettendoci così un doveroso aggiornamento di questa pagina.

- - - - -

[1] Probabilità e ... alberi di Natale, con un'applicazione al paradosso di Monty Hall, 2024
http://www.cartesio-episteme.net/monty-hall-giacco-revisione.pdf

[2] Una breve presentazione (critica) del teorema di incompletezza di Gödel
http://www.cartesio-episteme.net/mat/teor-goed.pdf

[3] Una situazione simile per certi versi al "problema del capitano": "Su una nave ci sono 26 pecore e 10 capre;quanti anni ha il capitano?".

https://lameladiodessa.wordpress.com/2011/03/17/leta-del-capitano/

[4] https://it.wikipedia.org/wiki/Problema_di_Monty_Hall
Problema di Monty Hall (o paradosso di Monty Hall)

[5] Ci sembra opportuno menzionare nell'occasione il bel saggio di Bruno De Finetti (1906-1985; De Finetti fu professore a Roma di Calcolo delle Probabilità negli anni in cui lo scrivente era lì a studiare matematica): *Probabilismo. Saggio critico sulla teoria della probabilità e sul valore della scienza*, Biblioteca di Filosofia diretta da Antonio Aliotta, Editrice F. Perrella, Napoli - Città di Castello, 1931, poiché lo riteniamo un'opera interessante e ancora ben attuale.
http://www.brunodefinetti.it/Opere/probabilismo.pdf

[6] L'*Ars Conjectandi* di Jakob Bernoulli (1654-1705) fu pubblicata postuma nel 1713. In essa si trovano le seguenti parole: "Ars Conjectandi sive Stochastice nobis definitur ars metiendi quam fieri potest exactissimi probabilitates rerum" (https://mate.unipv.it/~rosso/Capitolo5.pdf). Notiamo *en passant* che l'aggettivo "stocastico" non è altro che il termine greco corrispondente al latino *coniectura*, e che entrambi alludono all'atto del "gettare", di "tirare ad un bersaglio". Ne consegue che l'accezione oggi invece comunemente corrente: "dovuto al caso, casuale, aleatorio" è quanto meno impropria. Aggiungiamo che in effetti, quando si assegna per esempio una distribuzione di probabilità (x,y,z) su una tricotomia, non si fa altro che scegliere un punto del triangolo di vertici (1.0.0), (0,1,0), (0,0,1) nello spazio Q^3 (ossia lo spazio dei numeri a coordinate che secondo noi debbono essere razionali), e che tale triangolo è quindi il "bersaglio" di cui trattasi, un "oggetto" diverso solo per forma dall'usuale cerchio che si usa per il tiro con l'arco.

(L'autore ringrazia a vario titolo: Andrea Capotorti, Mauro Cicio, Giuseppe Di Saverio, Rocco Vittorio Macrì, Piergiorgio Odifreddi.)

PG, UB, gennaio 2025